

A következő feladatok megoldásában szabad használni ismert algoritmusokat, tételeket, vagy hivatkozni ilyenekre. De ez csak akkor számít teljes értékűnek, ha szerepel a használt eredmény elérhetőségi helye. Általánosítások, kiterjesztések után többlet pont jár.

1. Legyen ab és cd egy $G = (V, E)$ egyszerű irányítatlan gráf két éle úgy, hogy ac és bd nem élei a gráfnak. A G -re nézve elemi cserének nevezzük azt a műveletet, ha az ab és cd éleket lecseréljük az új ac és bd élekre. Ekkor a keletkező G' gráf is egyszerű és fokszámsorozata ugyanaz, mint G fokszámsorozata. Igazoljuk, hogy G -ből kiindulva elemi cserék sorozatával bármely egyszerű irányítatlan gráfhoz el lehet jutni a V csúcshalmazon, amelynek fokszámsorozata ugyanaz, mint G fokszámsorozata. (Itt az elemi csere mindig az aktuálisan kéznél lévő gráfra vonatkozik.) Milyen felső becslés mondható a szükséges elemi cserék számára? Algoritmikusan hogyan lehet megtalálni egy polinomiálisan hosszú átmenetet?

2. Egy n pontú (párhuzamos éleket esetleg tartalmazó) irányított vagy irányítatlan gráfban jelölje $\lambda(u, v)$ az u -ból v -be menő élidegen utak maximális számát. Adjunk n függvényében minél élesebb felső becslést a különböző $\lambda(u, v)$ értékek maximális számára mind az irányított, mind az irányítatlan esetben.

3. Egy élsúlyozott $G = (S, T; E)$ páros gráf pontjait a síkban két párhuzamos egyenesen helyeztük el: S -et az egyik egyenesre, T -t a másikra. A gráf éleit egyenes szakaszok reprezentálják. Egy G -beli erdőt síkbelinek nevezünk, ha nincs két keresztező éle. Fejlesszünk ki polinomiális algoritmust maximális súlyú síkbeli erdő kiszámítására.

Beadási határidő: 2009. december 10, 10:00 az előadásomon.

(Frank András)