

Operációkutatási verseny, 2011

II. forduló

Beadási határidő: 2011.10.28., az előadás kezdete

1. Egy G gráfban jelölje $g(G)$ a legrövidebb kör hosszát. Igazoljuk, hogy tetszőleg e élen legfeljebb $|E| - |V| + 1$ darab $g(G)$ hosszú kör megy át.
2. Adott egy konvex n -szög, valamint minden átlójára egy költség. Adjunk algoritmust, mely megadja a sokszög egy átlókkal való minimális költségű háromszögelését.
3. Egy $G = (S, T; E)$ páros gráf elemi páros, ha $|S| = |T|$ és minden $X \subset S$ -re $|\Gamma(X)| \geq |X| + 1$. Legyen $G = (S, T; E)$ páros gráf, M teljes párosítás. Irányítsuk M éleit S felé, a többi T felé, majd húzzuk össze M éleit $1 - 1$ ponttá. Igazoljuk, hogy a kapott G' gráf pontosan akkor erősen összefüggő, ha G elemi páros.
4. Adott egy $G = (S, T; E)$ páros gráf és egy $c : E \rightarrow \mathbb{R}$ élsúlyozás. Adjunk algoritmust, mely megad egy maximális méretű maximális súlyú párosítást.
5. Egy $G = (V, E)$ irányítatlan gráfban az $S \subseteq V$ halmaz kohéziója $\frac{i(S)}{|S|}$. Döntsük el, hogy van-e $\geq \alpha$ kohéziójú halmaz adott $\alpha \in \mathbb{Q}_+$ -ra. Adjunk algoritmust, mely meghatározza a maximális kohéziót.

A feladatok megoldásában szabad használni ismert algoritmusokat, tételeket, vagy hivatkozni ilyenekre, de ekkor fel kell tüntetni a használt eredmény elérhetőségi helyét (pl. tavalaz ilyen-olyan előadáson szerepelt, VAGY a wikipédia ez-és-ez szócikkében olvasható, stb.) Általánosítások, kiterjesztések után többletpont jár.