

Operációkutatási verseny, 2011

III. forduló

Beadási határidő: 2011.11.18., az előadás kezdete

1. Jelölje egy G irányítatlan gráf kromatikus számát $\chi(G)$, míg a leghosszabb G -beli út hosszát $l(G)$. Igazoljuk, hogy $\chi(G) \leq l(G)$ minden G gráfra.
2. Adott n darab tárgy és k darab (tetszőleges mélységű) verem. A tárgyakat adott sorrendben beletesszük valahogy a vermekbe, majd ezt követően valamilyen sorrendben kivesszük őket. A tárgyak mely permutációit kaphatjuk meg a leírt módon?
3. Tekintsük a maximális folyam meghatározására szolgáló javító utas algoritmust.
 - (a) Igazoljuk, hogy az algoritmus során kapott minimális vágás egyértelmű (azaz függetlenül attól, hogy mely javító utakat választottuk, mindig ugyanazt a minimális vágást kapjuk).
 - (b) Adjunk algoritmust, mely meghatározza azon éleket, melyeken bármilyen értékkel növelve a kapacitást nő a maximális folyam nagysága.
 - (c) Adott egy szubrutin, mely egy inputként kapott gráfra és kapacitásra outputként megadja a maximális folyam nagyságát. Ezen szubrutin segítségével tervezzünk algoritmust, mely adott gráfra és kapacitásra meghatároz egy minimális vágást.
4. Legyen $D = (V, A)$ irányított gráf és $s, t \in V$. Adjunk algoritmust, mely megad két **diszjunkt** halmazt (jelölje őket S és T) úh. $s \in S, t \in T$, és $\varrho(S) + \varrho(T)$ minimális.
5. Egy bányatársaság geológusai a leendő külszíni fejtés területét 3 dimenziós részekre osztották. Ezen a részek között vannak olyanok, amelyek egymás fölött helyezkednek el, ezeket természetesen csak szép sorban lehet kibányászni, más részek között esetleg nincs kapcsolat. A geológusok megmondták, melyik részhez mely más részek eltávolítása után férhetünk hozzá. Ismert továbbá minden egyes rész kibányászási költsége (feltéve, hogy a fölötte levőket már elbányászták), és a részből nyerhető érc mennyisége. Ha egy résznek nekifogunk, akkor teljes egészében el kell hordanunk. Döntsük el algoritmikusan, mely részeket érdemes kibányászni a profit maximalizálásához.

A feladatok megoldásában szabad használni ismert algoritmusokat, tételeket, vagy hivatkozni ilyenekre, de ekkor fel kell tüntetni a használt eredmény elérhetőségi helyét (pl. tavalaz ilyen-olyan előadáson szerepelt, VAGY a wikipédia ez-és-ez szócikkében olvasható, stb.) Általánosítások, kiterjesztések után többletpont jár.